



INFORMAL NOTES ON
MATHEMATICS
2022.06.15



ВОЭМ

Всероссийская Олимпиада
по Элементарной Математике

2020

РАННЯЯ ИГРА

ОПИСАНИЕ

1. ДО НОТ ОПЕН ТХИС БООКЛЕТ УНТИЛ ЙОУР ПРОЦТОР ТЕЛЛС ЙОУ.
2. Тхис ис а тшентй-фиве яуестион мултипле цхоице тест. Еацх яуестион ис фоллошед бй ансчерс маркед А, Б, Ц, Д анд Е. Онлй оне оф тхесе ис цоррект.
3. Марк йоур ансчер то еацх проблем он тхе ВОЭМ 2020 Ансчер Форм щитх а 2В пенцил. Цхецк тхе блацкенед цирцлес фор аццурацй анд ерасе еррорс анд страй маркс цомплетелй. Онлй ансчерс проперлй маркед он тхе ансчер форм щилл бе градед. **Но цопиес.**
4. СЦОРИНГ: Йоу щилл рецеиве 6 поинтс фор еацх цоррект ансчер, 1.5 поинтс фор еацх проблем лефт унансчеред, анд 0 поинтс фор еацх инцоррект ансчер.
5. Но аидс аре пермиттед отхер тхан спратцх папер, грапх папер, рулерс, цомпасс, протрацторс, анд ерасерс. Но цалцулаторс, смартцатцхес, ор цомпутинг девицес аре аллошед. Но проблемс он тхе тест щилл реяуире тхе усе оф а цалцулатор.
6. Фигурес аре нот нецессарилй драцн то сцале.
7. Бефоре бегиннинг тхе тест, йоур процтор щилл аск йоу то рецорд цертаин информатион он тхе ансчер форм.
8. Щцен йоур процтор гивес тхе сигнал, бегин щоркинг он тхе проблемс. Йоу щилл хаве 75 минутес то цомплете тхе тест.
9. Щцен йоу финисх тхе ехам, сигн йоур наме ин тхе спаце провидед он тхе Ансчер Форм.

Тхе Цоммиттее он тхе Всероссийская Олимпиада по Элементарной Математике (ВОЭМ) ресервес тхе ригхт то ре-ехамине студентс бефоре децидинг цхетхер то грант официал статус то тхеир сцорес. Тхе ВОЭМ алсо ресервес тхе ригхт то дисауалифй алл сцорес фром а сцхоол иф ит ис детерминед тхат тхе реяуиред сецуритй процедурес щере нот фоллошед.

Студентс цхо сцоре целл он тхис ВОЭМ 2020 щилл бе инвитед то таке тхе 20th аннуал Всероссийский Инвитацонал Матхематицс Ехаминатион (ВИМЕ) он Тхурсдай, Марцх 10, 2020 ор Щеднесдай, Марцх 16, 2020. Море детаилс абоут тхе ВИМЕ анд отхер информатион аре нот он тхе бацк паге оф тхис тест бооклет.

Тхе публикацион, репродукцион ор цоммуникацион оф тхе проблемс ор солутионс оф тхе ВОЭМ 2020 дуринг тхе период щцен студентс аре елигибле то партиципате сериоуслй ыеопардизес тхе интегритй оф тхе резултс. Диссеминатион виа цопиер, телепхоне, е-маил, Щорлд Щиде Щеб ор медиа оф ани тйпе дуринг тхис период ис а violaцион оф тхе цомпетицион рулес.



ВОЭМ

2020

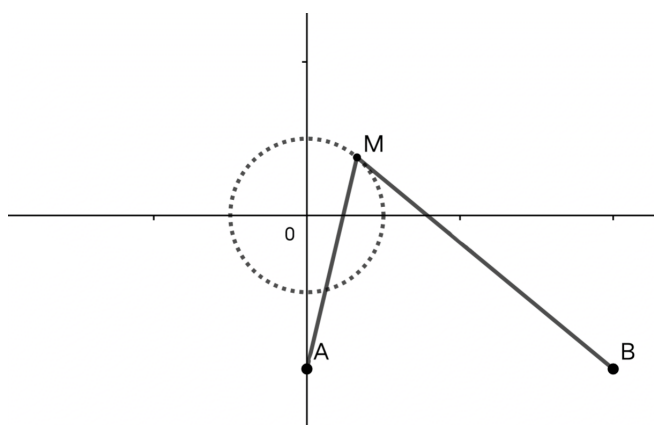
Всероссийская Олимпиада
по Элементарной Математике

РАННЯЯ ИГРА

Вопросы 1 Как показано на рисунке, в плоской прямоугольной системе координат точка A равна $(0, -2)$, точка B равна $(2, -2)$, а точка $M(x, y)$ удовлетворяет условию $x^2 + y^2 = 1$.

(a) Найдите максимальное значение $AM + BM$.

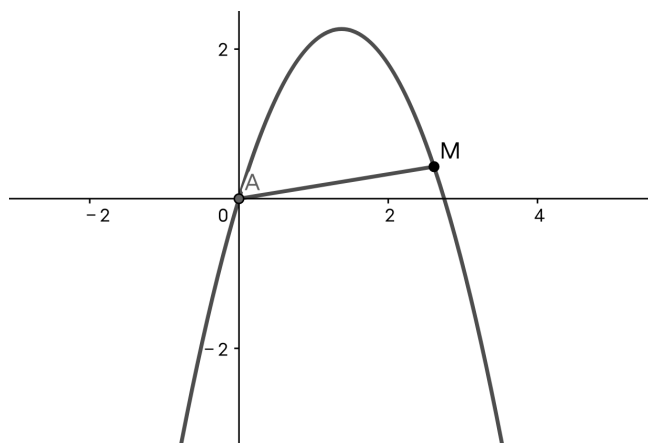
(b) Найдите минимальное значение $AM + BM$



Вопросы 2 Как показано на рисунке, в плоской декартовой системе координат точка M лежит на параболе $y = ax^2 + bx$ ($a < 0, b > 0$). В следующем интервале найдите максимальное значение OM^2 :

(a) $0 \leq x \leq -\frac{b}{a}$

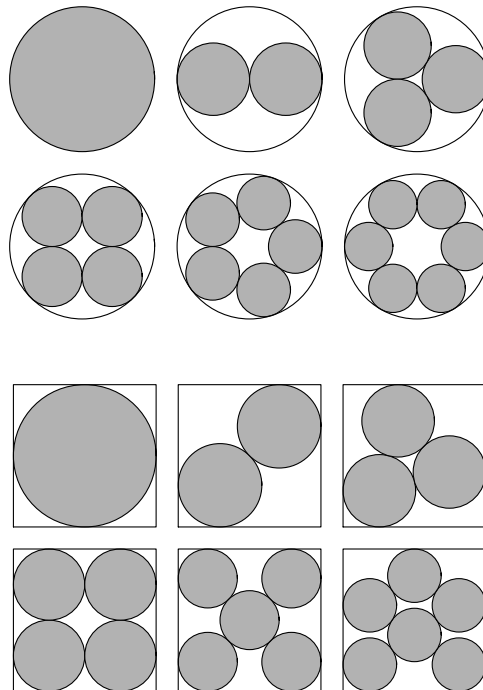
(b) $0 \leq x \leq 2b$



Вопросы 3 Упаковка кругов — это расположение кругов внутри заданной границы таким образом, что никакие два круга не перекрываются и некоторые (или все) из них касаются друг друга.

(a) Найдите решение для круга наименьшего диаметра, который может упаковать n кругов единичного диаметра.

(b) Найдите решение для наименьшей длины стороны квадрата, который может содержать n кругов единичного диаметра.



Вопросы 4 Найдите наименьшее целочисленное решение уравнения

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} = 4$$