



INFORMAL NOTES ON

МАТЕМАТИКС

2022.06.15



ВОЭМ

Всероссийская Олимпиада
по Элементарной Математике

2020
РАННЯЯ ИГРА



ОПИСАНИЕ

1. ДО НОТ ОПЕН ТХИС БООКЛЕТ УНТИЛ ЙОУР ПРОЦТОР ТЕЛЛС ЙОУ.
2. Тхис ис а тщентй-фиве яуестион мултипле ҷҳоище тест. Еацх яуестион ис фоллощед бй ансцерс маркед А, Б, Ц, Д анд Е. Онлй оне офф тхесе ис ҷорреңт.
3. Марк йоур ансцер то eaцх проблем он тхе ВОЭМ 2020 Ансцер Форм щитх а 2В пенцил. Џхеңк тхе блајкенед цирцлес фор аццураци анд ерасе еррорс анд страй маркс цомплетелй. Онлй ансцерс проперлй маркед он тхе ансцер форм щилл бе градед. **Но ҷопиес.**
4. СЦОРИНГ: Йоу щилл рецеиве 6 поинтс фор eaцх ҷорреңт ансцер, 1.5 поинтс фор eaцх проблем лефт унансцеред, анд 0 поинтс фор eaцх инзорреңт ансцер.
5. Но аидс аре пермиттед отхер тхан спратцх папер, грапх папер, рулерс, цомпасс, протрацторс, анд ерасерс. Но ҷалцулаторс, смартщатцхес, ор цомпьютинг девицес аре аллощед. Но проблемс он тхе тест щилл реяуире тхе усе офф а ҷалцулатор.
6. Фигурес аре нот нецессариlj драшн то сцале.
7. Бефоре бегиннинг тхе тест, йоур процтор щилл аск йоу то реорд цертаин информацион он тхе ансцер форм.
8. Щхен йоур процтор гивес тхе сигнал, бегин ҷоркинг он тхе проблемс. Йоу щилл хаве 75 минутес то цомплете тхе тест.
9. Щхен йоу финисх тхе ехам, сигн йоур наме ин тхе спаце провидед он тхе Ансцер Form.

Тхе Цоммиттее он тхе Всероссийская Олимпиада по Элементарной Математике (ВОЭМ) ресерввес тхе ригхт то ре-ехаминае студентс бефоре децидинг щхетхер то грант оффициал статус то тхеир сцорес. Тхе ВОЭМ алсо ресерввес тхе ригхт то дисяуалиф алл сцорес фром а сцхоол иф ит ис детерминед тхат тхе реяуире сензорит процедурес щере нот фоллощед.

Студентс що сцоре щилл он тхис ВОЭМ 2020 щилл бе инвитеđ то таке тхе 20th аннуал Всероссийский Инвитеđионал Математиц Ехаминацион (ВИМЕ) он Тхурсдай, Марцх 10, 2020 ор Щеднесдай, Марцх 16, 2020. Море детаилс абоут тхе ВИМЕ анд отхер информацион аре нот он тхе бацк паге офф тхис тест бооклет.

Тхе публикацион, репродукцион ор цомуниципаціон офф тхе проблемс ор солутионс офф тхе ВОЭМ 2020 дуринг тхе период щхен студентс аре елигибле то партнера сериюсл ыеопардизес тхе интегрити офф тхе ресултс. Диссеминацион вия ҷопиер, телепхоне, е-маил, Шорлд Щиде Щеб ор медиа офф ани тийпе дуринг тхис период ис а виолатион офф тхе цомпетитион руless.



ВОЭМ

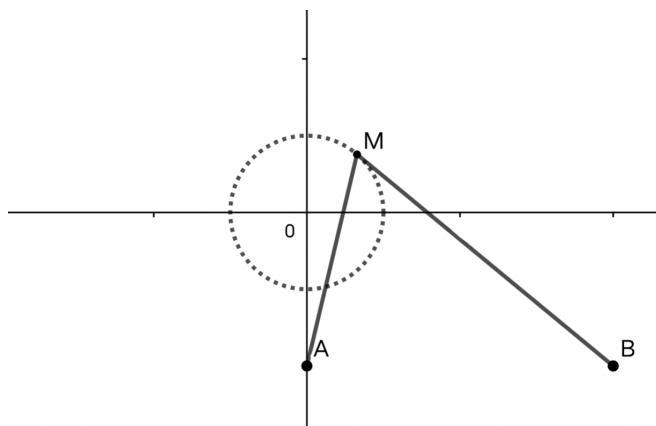
2020

Всероссийская Олимпиада
по Элементарной Математике

РАННЯЯ ИГРА

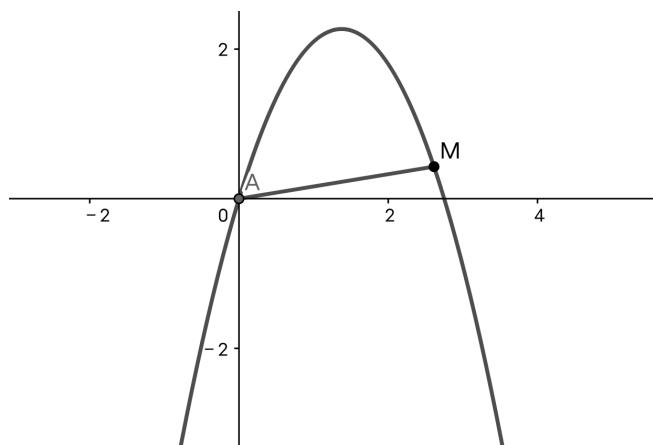
Вопросы 1 Как показано на рисунке, в плоской прямоугольной системе координат точка A равна $(0, -2)$, точка B равна $(2, -2)$, а точка $M(x, y)$ удовлетворяет условию $x^2 + y^2 = 1$.

- (a) Найдите максимальное значение $AM + BM$.
(b) Найдите минимальное значение $AM + BM$



Вопросы 2 Как показано на рисунке, в плоской декартовой системе координат точка M лежит на параболе $y = ax^2 + bx$ ($a < 0, b > 0$). В следующем интервале найдите максимальное значение OM^2 :

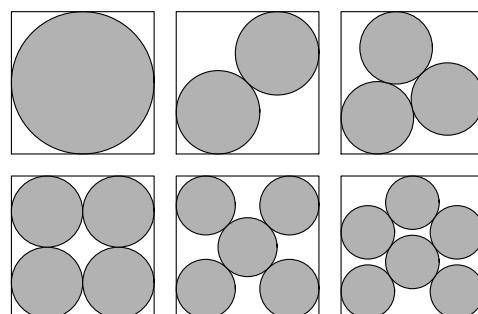
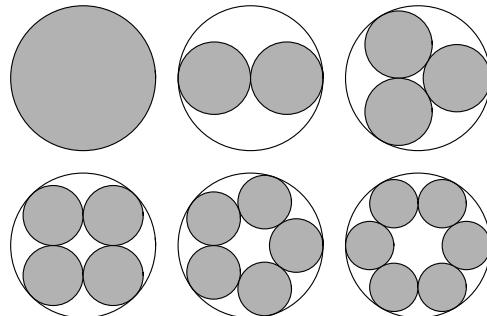
- (a) $0 \leq x \leq -\frac{b}{a}$
(b) $0 \leq x \leq 2b$



Вопросы 3 Упаковка кругов — это расположение кругов внутри заданной границы таким образом, что никакие два круга не перекрываются и некоторые (или все) из них касаются друг друга.

(a) Найдите решение для круга наименьшего диаметра, который может упаковать n кругов единичного диаметра.

(b) Найдите решение для наименьшей длины стороны квадрата, который может содержать n кругов единичного диаметра.



Вопросы 4 Найдите наименьшее целочисленное решение уравнения

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} = 4$$